Семинар № 4 Расчет характеристик системы линейных вибраторов и антенн бегущей волны

Система линейных вибраторов. Как известно, направленные свойства линейных вибраторов определяются в основном множителем системы

$$F(\theta)=\frac{\sin\left(\frac{Nkd}{2}\sin\theta\right)}{\sin\left(\frac{kd}{2}\sin\theta\right)}, \qquad (1)$$

где N - число вибраторов; k - волновое число, $k=2\pi/\lambda$; d - межэлементное расстояние; θ - угол наблюдения, отсчитываемый от нормали (рис.1).

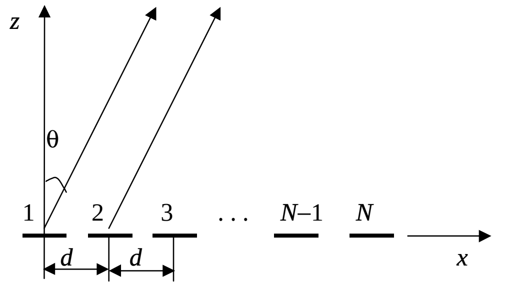


Рис.1. Система линейных вибраторов

Направленные свойства решетки определяются ее диаграммой направленности, которая в общем случае имеет вид, показанный на рис.2 в декартовой системе координат.

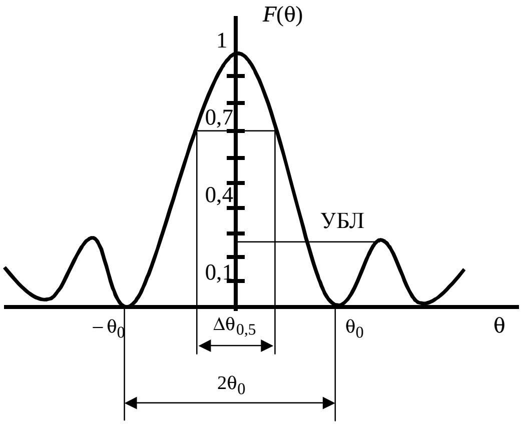


Рис.2. ДН системы линейных вибраторов

Характеристиками ДН являются следующие параметры:

- ширина основного луча $2\theta_0$;

- ширина ДН по половинной мощности $\Delta\theta_{0,5}$;

- направление и уровень боковых лепестков.

Найдем ширину ДН $2\theta_0$. Угол θ_0, как следует из (1), определяется из соотношения $\sin\left(\frac{Nkd}{2}\sin\theta_0\right)=0$ при $\theta_0 \neq 0$. Отсюда

$$\frac{Ndk}{2}\sin\theta_0 = \pi; \quad \sin\theta_0 = \frac{\lambda}{Nd}. \tag{2}$$

Если угол θ_0 мал, то $\sin\theta_0 \approx \theta_0$, тогда

$$\theta_0 \approx \frac{\lambda}{Nd} = \frac{\lambda}{L} \text{ или } 2\theta_0 = \frac{2\lambda}{L}. \tag{3}$$

Шириной ДН по уровню половинной мощности называется диапазон углов, внутри которого справедливо соотношение

$$|E| \geq |E|_{\max}/\sqrt{2}.$$

Можно показать, что при $Nd = L >> \lambda$

$$\Delta\theta_{0,5} \approx 0{,}88\lambda/L \approx 0{,}88\theta_0. \tag{4}$$

Практический интерес представляет определение отношения максимального значения модуля вектора $\overline{E}$ для боковых лепестков $\left|\overline{E}\right|_{p\max}$ (где p - порядковый номер БЛ) к максимальному значению модуля вектора $\overline{E}$ для главного лепестка $\left|\overline{E}\right|_{\max}$. Найдем это отношение для первого лепестка:

$$k_1 = \left|\overline{E}\right|_{1\max} \Big/ \left|\overline{E}\right|_{\max} = |F(\theta)|_{1\max} / |F(\theta)|_{\max}$$

при условии, что ДН элемента не учитывается.

Из формулы (1) имеем $|F(\theta)|_{max} = N$ при $\theta = 0$.

Максимальное значение $|F(\theta)|_{1max}$ получается при условии

$$0{,}5Nkd\sin\theta_1 = 3\pi/2,$$

отсюда

$$\sin\theta_1 = \frac{3\lambda}{2Nd}. \qquad (5)$$

Подставляя (5) в (1), имеем

$$|F(\theta)|_{1max} = \left|\frac{1}{\sin\left(\frac{3\pi}{2N}\right)}\right|,$$

а в случае если $N >> 1$, то $|F(\theta)|_{1max} = \frac{2N}{3\pi}$. Получаем: $k_1 \approx 2/3\pi$.

Аналогично можно получить общую формулу для УБЛ:

$$k_p \approx \frac{2}{(2p+1)\pi}. \qquad (6)$$

Пример. Рассчитать характеристики линейной решетки, имеющей в своем составе восемь излучателей. Межэлементное расстояние $d = 0{,}7\lambda$.

Решение. 1. Для нахождения ширины основного луча воспользуемся формулой (2):

$$\sin\theta_0 = \frac{\lambda}{8\times 0{,}7\lambda} = \frac{1}{5{,}6} \approx 0{,}178;\ \theta_0 \approx 10{,}3^\circ;\ 2\theta_0 = 20^\circ 36'.$$

Для сравнения проведем расчет по приближенной формуле (3):

$$2\theta_0 \approx \frac{2\lambda}{Nd} = \frac{2}{5{,}6} = 0{,}357 \text{ рад или } 2\theta_0 = 20^\circ 27'.$$

2. Ширину ДН по половинной мощности рассчитаем по формуле (4):

$$\Delta\theta_{0,5} \approx 0{,}88\theta_0 = 18^\circ 7'.$$

3. Направление максимумов боковых лепестков определим по формуле (5):

$$\sin\theta_n = \frac{(2p+1)\lambda}{2Nd}, \text{ где } p = 1,2,\ldots \text{ - номер БЛ.}$$

Отсюда $\theta_1 \approx 15^{\circ}30'$; $\theta_2 \approx 26^{\circ}30'$ и т.д.

4. Определим по формуле (6) уровень боковых лепестков:

$$k_p = \frac{2}{(2p+1)\pi}, \text{ где } p = 1,2,\ldots$$

Отсюда $k_1 \approx 0{,}212$; $k_2 \approx 0{,}127$ и т.д. (УБЛ по полю). По мощности соответствующие УБЛ будут равны:

$$k_1^2 = 0{,}045(\approx -13{,}5 \text{ дБ}); \quad k_2^2 = 0{,}016(\approx -17{,}9 \text{ дБ}) \text{ и т.д.}$$

Антенны бегущей волны. По аналогии с системой линейных вибраторов множитель системы АБВ имеет вид (рис.3)

$$F(\theta) = \left| \frac{\sin\left[\frac{kl}{2}(p - \cos\theta)\right]}{0{,}5kl(p-\cos\theta)} \right|, \qquad (7)$$

где l - длина антенны; k - волновое число, $k = 2\pi/\lambda$; p - коэффициент замедления; θ - угол наблюдения, отсчитываемый от горизонтали.

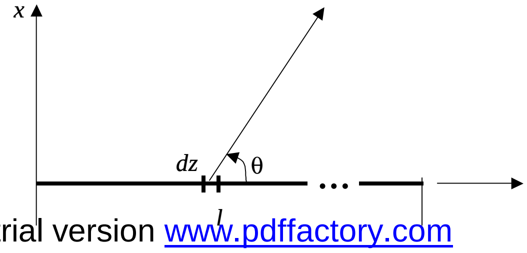


Рис.3. Антенна бегущей волны

1. Фазовая скорость больше скорости света (p < 1). Ширина главного лепестка ДН может быть определена исходя из того, что нулевое значение в формуле (7) имеет место при $\frac{kl}{2}(p-\cos\theta_0)=\pi$, отсюда $p-\cos\theta_0=\lambda/l$. Заменим $\cos\theta_0$ на $1-\theta_0^2/2$, что справедливо при достаточно больших l. Тогда $p-1+\theta_0^2/2=\lambda/l$ или окончательно

$$\theta_0 \approx \sqrt{2\left(\frac{\lambda}{l}-p+1\right)}. \qquad (8)$$

Как и в случае линейной АР, уровень боковых лепестков оценивается по формуле (6). Следует отметить, что выражение (8) справедливо, когда величина достаточно близка к единице, в противном случае главный лепесток вообще пропадает.

2. Фазовая скорость равна скорости света ($p=1$). Тогда

$$\theta_0=\sqrt{\frac{2\lambda}{l}}. \qquad (9)$$

Из формулы (9) видно, что ширина главного лепестка уменьшается пропорционально корню квадратному из ее длины.

3. Фазовая скорость меньше скорости света (p > 1). Если величина фазовой скорости близка к скорости света, то ширина главного лепестка определяется по формуле (8). Однако оптимальное значение КНД имеет место при $p_{\text{опт}}=1+\lambda/2l$. Подставляя это значение в (8), имеем

$$\theta_{0/p=p_{\text{опт}}}=\sqrt{\lambda/l}. \qquad (10)$$

Сравнение формул (10) и (9) показывает, что в оптимальном режиме ширина главного лепестка АБВ в $\sqrt{2}$ раза меньше, чем при $p=1$.

Уровень первого БЛ при $p > 1$ может быть определен исходя из того, что направление максимума первого БЛ θ_1 соответствует

$$\frac{kl}{2}\left(p - \cos\theta_1\right) = \frac{3\pi}{2},$$

отсюда
$$k'_1 = \left|\frac{F(\theta_1)}{F(\theta)}\right| = \frac{2/3\pi}{\dfrac{\sin\left[\dfrac{kl}{2}(p-1)\right]}{\dfrac{kl}{2}(p-1)}}.$$

При оптимальной фазовой скорости $p = 1 + \lambda/2l$ имеем

$$\frac{kl}{2}\left(p_{\text{опт}} - 1\right) = \frac{\pi}{2} \quad \text{и} \quad k'_{1\text{опт}} = 1/3.$$

Таким образом, УБЛ при оптимальной фазовой скорости оказывается в $1/3$ раза больше, чем при $p = 1$.

Значение КНД может быть оценено по следующей формуле:

$$D \approx 4l/\lambda,$$

а для $p = 1 + \lambda/2l$ соответственно $D_{\max} \approx 2D \approx 8l/\lambda$.

Задание 1. Рассчитать характеристики линейной антенной решетки, имеющей в своем составе 15 излучателей; длина решетки 75 см; рабочая частота f = 4 ГГц.

Задание 2. Рассчитать характеристики антенны бегущей волны длиной для значений коэффициента замедления p = 0,8; 1; 1,15.

Литература

1. ***Айзенберг Г.З., Ямпольский В.Г., Терешин О.Н.*** Антенны УКВ. - М.: Связь, 1977. - Т. 1. - С. 128 - 138.

2. ***Сазонов Д.М.*** Антенны и устройства СВЧ. - М.: Высшая школа, 1988. - С. 302 - 310.

3. ***Чистюхин В.В.*** Антенно-фидерные устройства. - М.: МИЭТ, 1997. - С. 99 - 110.

Семинар № 5 Способы возбуждения симметричных вибраторов

Возбуждение (питание) симметричных вибраторов может осуществляться как симметричной, так и несимметричной линией. Наиболее просто осуществляется питание вибраторов с помощью симметричной линии, проводники которой подсоединяются непосредственно к плечам вибратора (рис.1).

Токи, равные по величине, но противоположные по направлению в проводах линии, переходя на проводники вибратора, протекают в одном направлении, что обеспечивает синфазное возбуждение плеч вибратора. Для уменьшения шунтирующего действия емкости между торцами плеч вибратора поперечное сечение вибраторов постепенно уменьшается к точкам питания. Крепление вибраторов может осуществляться с помощью металлического “изолятора”, представляющего собой замкнутый отрезок симметричной линии длиной $\lambda/4$. Входное сопротивление такой линии весьма велико и не оказывает шунтирующего действия на линию питания.

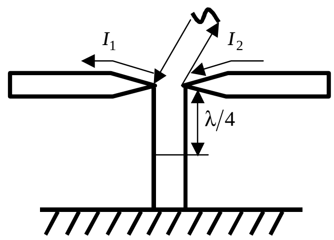


Рис.1. Возбуждение вибраторов с помощью симметричной линии

Для хорошего согласования вибратора с питающей линией необходимо, чтобы волновое сопротивление вибратора было чисто активным (условие резонанса) и близким к волновому сопротивлению линии *W*, которое в диапазоне СВЧ составляет примерно 200 ÷ 500 Ом. Для сравнительно тонких вибраторов условие резонанса выполняется при длине вибратора, близкой к 0,5λ или 1,0λ. Однако в первом случае $R_{вх}$ оказывается существенно меньше, а во втором - существенно больше *W*.

Обеспечить хорошее согласование симметричного вибратора с питающей линией можно, если вибратор выполнить по петлевой схеме, предложенной А.А.Пистолькорсом (так называемый шлейф-вибратор, рис.2). Вибратор состоит из двух параллельных проводов, находящихся на небольшом расстоянии друг от друга (d/λ = 1/20 ÷ 1/40). Концы проводов замкнуты накоротко, длина вибратора выбирается равной примерно λ/2.

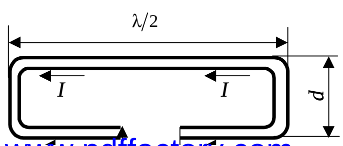


Рис.2. Петлевой вибратор Пистолькорса

Распределение тока в петлевом вибраторе в первом приближении совпадает с распределением тока в короткозамкнутой двухпроводной линии. Провода петлевого вибратора возбуждаются в фазе. Ввиду малости расстояния между проводами при расчете поля излучения петлевого вибратора его можно заменить обычным полуволновым симметричным вибратором, ток в котором $I = 2I_{ш}$, где $I_{ш}$ - ток в шлейф-вибраторе. Очевидно, что ДН шлейф-вибратора практически не отличается от ДН обычного полуволнового вибратора. Однако входное сопротивление этих двух излучателей оказывается разным.

Активную часть входного сопротивления шлейф-вибратора $R_{вх.ш}$ (равную сопротивлению излучения $R_{\sum ш}$, поскольку пучность тока приходится на точки питания) можно найти, приравнивая мощности излучения петлевого вибратора и симметричного вибратора с током $I = 2I_{ш}$: $I_{ш}^2 R_{\sum ш} \big/ 2 = (2I_{ш})^2 R_{\sum О} \big/ 2$, где $R_{\sum О}$ - сопротивление излучения симметричного полуволнового вибратора.

Отсюда $R_{вх.ш} = R_{\sum ш} = 4R_{\sum О} \approx 4 \cdot 73 = 292$ Ом.

Реактивная составляющая входного сопротивления шлейф-вибратора может быть обращена в нуль, если настроить вибратор в резонанс, т.е. несколько укоротить его длину по сравнению с $\lambda/2$. Если питание шлейф-вибратора осуществить типовым симметричным фидером с $W = 300$ Ом, то $K_{стV}$ в фидере будет близок к единице.

Симметричная двухпроводная линия относится к открытым линиям передачи, основными недостатками которых являются подверженность воздействию атмосферных осадков и излучение самой линии (антенный эффект), возрастающие с увеличением частоты. Поэтому в диапазоне СВЧ для питания симметричных вибраторов желательно применять экранирование линии в виде коаксиальных кабелей или жестких коаксиальных линий.

При непосредственном присоединении коаксиального кабеля к симметричному вибратору (рис.3) ток I_1, текущий по внутреннему проводнику, равен току в правом плече вибратора. Ток I_2, текущий по внутренней поверхности экрана, разделяется на два тока: I_2' течет по левому плечу вибратора, а I_2'' - по внешней поверхности оболочки кабеля. Так как $I_2' \neq I_1$, то плечи вибратора возбуждаются неодинаковыми по амплитуде и фазе токами, что искажает ДН вибратора. Кроме того, излучение, обусловленное током I_2'', создает дополнительное искажение ДН. Поэтому питание симметричных вибраторов должно осуществляться с помощью специальных симметрирующих устройств.

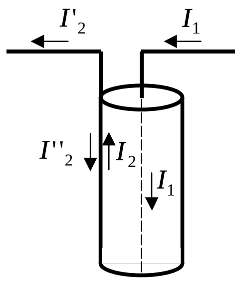


Рис.3. Непосредственное возбуждение вибратора через коаксиальный кабель

Рассмотрим симметрирующее устройство типа “стакан” (рис.4). Полый металлический цилиндр (стакан), имеющий длину $\lambda/4$, соединен накоротко с внешней поверхностью питающего фидера и образует с ней коаксиальную линию. Входное сопротивление этой линии в точках *a*, *b* очень велико, вследствие чего ток I_2, текущий по внутренней поверхности экрана, почти целиком переходит на плечо вибратора. Таким образом, металлический стакан играет роль изолятора, препятствующего ответвлению тока I_2 на внешнюю поверхность питающего фидера.

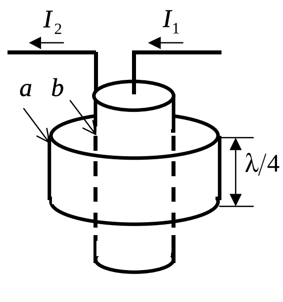


Рис.4. Симметрирующее устройство типа “стакан”

Другим типом симметрирующего устройства является устройство типа “*U*-колена” (рис.5). Ток *I*, текущий по внутреннему проводнику основного кабеля, идущего от генератора, разделяется в точке *a* на две равные части, которые поступают на плечи вибратора, причем путь *ac* отличается от пути *abd* на $\lambda_в/2$ (где $\lambda_в$ - длина волны в кабеле).

Так как в длинной линии на пути $\lambda_в/2$ фаза тока меняется на обратную, то токи в точках *c* и *d* оказываются в противофазе. При этом плечи вибратора возбуждаются синфазно токами одинаковой амплитуды. Однако для получения полной симметрии возбуждения необходимо выровнять токи, ответвляющиеся на внешние поверхности кабеля вблизи точек *c* и *d*. Размер *l* (см. рис.5) зависит от типа вибратора: соответствующим выбором его возможно обеспечить согласование вибратора с общим кабелем. Так, для симметричного полуволнового вибратора, настроенного в резонанс, расстояние *l* выбирают равным $\lambda_в/4$. Симметрирующее устройство типа “*U*-колена”, как и устройство типа “стакан”, является узкополосным.

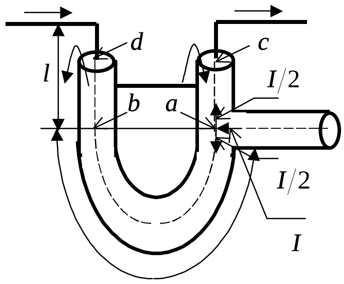


Рис.5. Симметрирующее устройство типа “*U*-колена”

На рис.6 изображена схема щелевого возбуждения симметричного вибратора. Оболочка жесткой коаксиальной линии разрезается двумя узкими щелями, при этом совокупность двух половин оболочки можно рассматривать как двухпроводную линию. Внутренний провод линии короткозамкнутой перемычкой *K* соединен с одной из половин оболочки. В точках *a* и *b* присоединяются плечи вибратора.

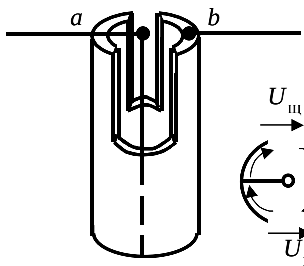


Рис.6. Щелевое возбуждение симметричного вибратора

Двухпроводная линия, образованная двумя частями разрезанной оболочки, возбуждается в режиме *T*-волн. Соответственно плечи вибратора возбуждаются синфазно с равной амплитудой при любой длине щелей, т.е. устройство может работать в диапазоне частот. Однако наилучшее согласование вибратора с питающей линией (при равенстве входного сопротивления вибратора $R_{вх}$ волновому сопротивлению кабеля *W*) происходит при длине щелей, равной $\lambda/4$. При этом входное сопротивление двухпроводной линии (замкнутой на конце, т.е. в точке *c*) очень велико и не шунтирует вибратор. Если $R_{вх} \neq W$, то применяют четвертьволновый согласующий трансформатор с волновым сопротивлением $W = \sqrt{R_{вх} W}$, причем трансформатор обычно реализуют соответствующим изменением диаметра внутреннего проводника коаксиального кабеля на длине $\lambda/4$ вблизи точек питания.

Рассмотренные устройства применимы для питания не только симметричных вибраторов с помощью коаксиальных линий, но и других типов антенн с симметричным входом.

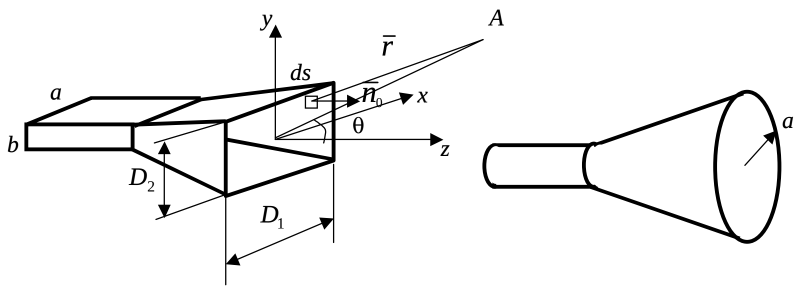
Литература

1. ***Кочержевский Г.Н., Ерохин Г.А., Козырев Н.Д.*** Антенно-фидерные устройства. - М.: Радио и связь, 1989. - С. 137 - 145.

2. ***Чистюхин В.В.*** Антенно-фидерные устройства. - М.: МИЭТ, 1997. - С. 76 - 88.

Семинар №6 Рупорные антенны

Рупорные антенны используются в качестве эталона КНД, облучателей зеркальных и линзовых антенн, а также самостоятельных излучающих элементов. Две основные разновидности рупорных антенн представлены на рис.1: пирамидальный рупор, образованный расширением стенок прямоугольного волновода с волной H_{10}, и конический рупор, полученный из круглого волновода с волной H_{11}.



а *б*

Рис.1. Типичные разновидности рупорных антенн:
а - пирамидальный рупор; *б* - конический рупор

Если размер D_2 рупора остается равным b (т.е. волновод расширяется только в H-плоскости), то такой рупор называется H-секто-риальным. Аналогично, если размер D_1 сохранить равным a, то рупор будет E-секториальным. Излучающим раскрывом пирамидального рупора является площадь $S = D_1 \times D_2$, а круглого рупора - площадь $S = \pi a^2$. Поляризация поля в раскрыве линейная.

Рассмотрим пирамидальный рупор как наиболее часто используемый на практике. На рис.1 введена декартова система координат с центром в раскрыве рупора. Выделим элемент площади раскрыва ds и введем вектор нормали $\overline{n}_0$. Поле в дальней зоне (в точке A), создаваемое раскрывом рупора, будет определяться формулой Кирхгофа:

$$E = \frac{i}{2\lambda} \int_S \overline{E}_S \left[1 + \cos(\overline{n}_0 \overline{r})\right] \frac{e^{-ikr}}{r} ds\,, \qquad (1)$$

где r - текущее расстояние от элемента площади ds до точки наблюдения A; $\overline{E}_S$ - тангенциальная составляющая электрического поля в раскрыве рупора.

Таким образом, для определения характеристик излучения рупора необходимо знать поле в его раскрыве.

Рассмотрим распределение фазы и амплитуды поля в раскрыве рупора. На рис.2 показано продольное сечение прямоугольного рупора в плоскости *H* (аналогичное рассмотрение можно провести и в плоскости вектора *E*).

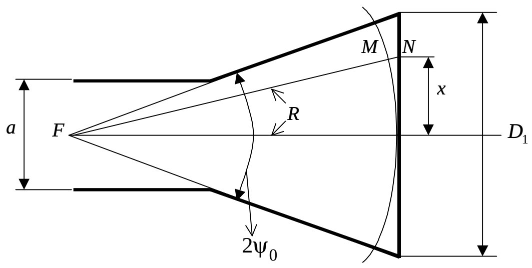


Рис.2. К распределению фазы поля в раскрыве
H-секториального рупора

За счет расширения стенок волновода в рупоре образуется цилиндрическая волна с центром в точке *F*. Величина R_1, равная радиусу фронта волны в раскрыве, называется длиной рупора, точка *F* - вершиной рупора, угол $2\psi_0$ - углом раскрыва рупора, размер D_1 - шириной раскрыва рупора. Очевидно, что в *E*-плоскости перечисленные величины будут иными, чем в *H*-плоскости.

Из рис.2 видно, что поле в раскрыве не будет синфазным, поскольку линия равных фаз является дугой окружности радиусом R_1. Фаза поля в произвольной точке раскрыва *N* с координатой *x* отстает от фазы поля в середине раскрыва на угол

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} MN = \frac{2\pi}{\lambda}(FN - FM) = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\sqrt{R_1^2 + x^2} - R_1\right) =$$
$$= \frac{2\pi R_1}{\lambda}\left(\sqrt{1 + \left(\frac{x}{R_1}\right)^2} - 1\right).$$

Выражение, стоящее под знаком радикала, можно разложить в ряд и в силу малости x/R_1 ограничиться двумя членами разложения. В результате для фазового угла находим:

$$\varphi_1 \cong \frac{2\pi R_1}{\lambda}\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{x}{R_1}\right)^2 - 1\right] \cong \frac{\pi x^2}{\lambda R_1}. \qquad (2)$$

Из формулы (2) следует, что фаза поля в раскрыве меняется по квадратичному закону, причем максимальная ошибка будет на краю раскрыва, а ее величина будет определяться как $\varphi_{1\max} = \pi D_1^2 / 4\lambda R_1$.

Аналогично в *E*-плоскости фазовый угол определяется соотношением

$$\varphi_2 = \pi y^2 / \lambda R_2 . \tag{3}$$

Результирующий фазовый сдвиг в раскрыве рупора в соответствии с формулами (2) и (3) имеет следующий вид:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{x^2}{R_1} + \frac{y^2}{R_2}\right). \tag{4}$$

Что касается амплитудного распределения поля в раскрыве, то его приближенно полагают равным полю основной волны H_{10} прямоугольного волновода с размерами $D_1 \times D_2$.

На основании сказанного, а также с учетом формулы (4) выражение для поля в раскрыве пирамидального рупора может быть представлено в виде

$$\overline{E}_S = \overline{y}_0 E_0 \cos\frac{\pi x}{D_1} e^{-i\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{x^2}{R_1} + \frac{y^2}{R_2}\right)}, \tag{5}$$

где E_0 - амплитуда поля в центре раскрыва; y_0 - единичный вектор вдоль оси *y*.

Подставляя выражение (5) в формулу (1), получаем аналитическое выражение для поля в дальней зоне рупорной антенны.

Рассмотрим характеристики излучения рупорной антенны. Ввиду сложности прямого интегрирования формулы Кирхгофа (1) с учетом (5) на практике используются два варианта приближенного расчета поля излучения рупорной антенны.

В первом случае полагают, что поле в раскрыве рупора синфазно, что приближенно выполняется для коротких рупоров, применяемых в качестве облучателей оптических антенн. В результате после интегрирования формулы (1) получают выражения для поля в дальней зоне [1], откуда можно получить выражения для ширины ДН:

$$\begin{aligned} &\text{в плоскости } H: \quad 2\theta_{0,5} \cong 1{,}18\, \lambda / D_1 ; \quad 2\theta_0 \cong 3\, \lambda / D_1 ; \\ &\text{в плоскости } E: \quad 2\theta_{0,5} \cong 0{,}886\, \lambda / D_2 ; \quad 2\theta_0 \cong 2\, \lambda / D_2 . \end{aligned} \tag{6}$$

Точность формул (6) достаточно высока, если максимальные фазовые искажения в раскрыве рупора не превышают величины $\pi/2$ в плоскости *E* и $3\pi/4$ в плоскости *H*.

Во втором случае, когда рупор используется в качестве эталона КНД, важно знать зависимость КНД в главном направлении от размеров рупора. Величина КНД рупора в главном направлении определяется выражением

$$D_0 = \frac{P_0}{P_{\text{ср}}} = \frac{\left|E_{\max}(r_0, \theta = 0)\right|^2}{\left|E_{\text{ср}}(r_0)\right|^2}, \tag{7}$$

где P_0 - плотность потока мощности в главном направлении; $P_{\text{ср}}$ - плотность потока усредненной излучаемой мощности; $E_{\max}$ - амплитуда электрического поля на расстоянии r_0 от раскрыва при $\theta = 0$:

$\left|E_{\text{ср}}(r_0)\right|^2 = \dfrac{\int_S \left|E_S\right|^2 ds}{4\pi r_0}$ - квадрат модуля усредненного поля.

Для определения P_0 необходимо проинтегрировать формулу Кирхгофа (1) с учетом (5) для луча, направленного вдоль оси z (при $\theta = 0$). Для средней мощности легко получить: $P_{\text{ср}} = \dfrac{1}{4\pi r_0} \int_S \left|E_S\right|^2 ds$.

Подставим найденные значения для P_0 и $P_{\text{ср}}$ в формулу (7):

$$D_0 = \frac{\pi}{32}\left(\frac{\lambda}{D_1} D_0^E\right)\left(\frac{\lambda}{D_2} D_0^H\right), \tag{8}$$

где D_0^H и D_0^E - значения КНД в соответствующих плоскостях, или КНД соответствующих секториальных рупоров [1]:

$$D_0^H = \frac{4\pi R_1}{\lambda} f(D_1, D_2, \lambda, R_1); \quad D_0^E = \frac{16}{\pi^2} \frac{4\pi R_2}{\lambda} f(D_1, D_2, \lambda, R_2).$$

Формула (8) дает точную зависимость КНД в главном направлении от параметров рупора и длины волны.

Для удобства использования зависимости D_0^E и D_0^H представляют графически. На рис.3 в качестве примера показаны построенные графики зависимости

$(\lambda/D_2)D_0^H = f(D_1/\lambda)$ для различных значений R_1/λ, а также $(\lambda/D_1)D_0^E = f(D_2/\lambda)$ для разных R_2/λ.

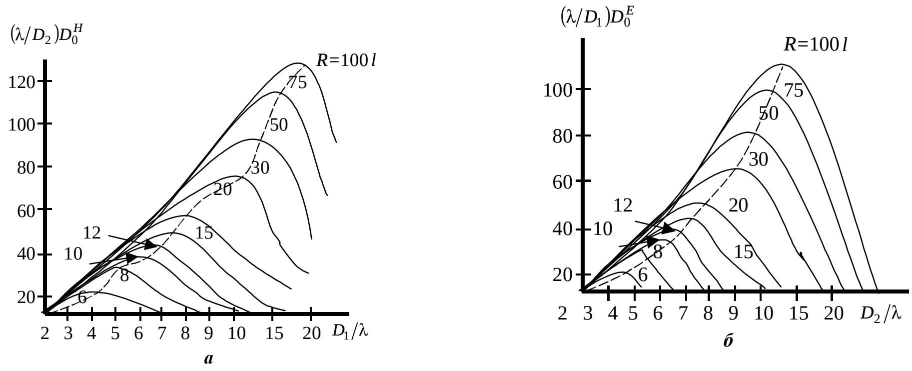


Рис.3. Зависимости КНД рупора от его размеров:
а - для *H*-секториального рупора; *б* - для *E*-секториального рупора

Из графиков следует, что для каждой длины рупора существует определенная ширина раскрыва D_1, при которой КНД достигает максимального значения. Наличие экстремумов на кривых объясняется тем, что для каждого R_1 с ростом D_1/λ увеличивается площадь раскрыва рупора, что ведет к сужению диаграммы направленности и росту КНД. Но, с другой стороны, в соответствии с (2) возрастает фазовая погрешность, ведущая к расширению ДН и снижению КНД. Действие этих двух факторов обусловливает оптимальное значение D_1/λ, при котором КНД максимален. Геометрическое место максимумов КНД отмечено на рис.3 пунктирной кривой. Расчеты показывают, что точки максимумов соответствуют равенству

$$\frac{D_1}{\lambda} = \sqrt{3\frac{R_1}{\lambda}}\,. \qquad (9)$$

Рупор, имеющий максимальный КНД при заданной длине, называется оптимальным. Таким образом, соотношение (9) является условием оптимального рупора в *H*-плоскости (или *H*-секториального рупора) и позволяет определить размеры оптимального рупора.

Аналогичное семейство кривых можно построить и для *E*-плоскос-ти по уравнению (8). Условие оптимальности в этом случае имеет вид

$$\frac{D_2}{\lambda} = \sqrt{2\frac{R_2}{\lambda}}\,. \qquad (10)$$

Формулы (9) и (10) совместно с (2), (3) позволяют оценить максимальные фазовые искажения в раскрыве оптимального рупора. Например, для *H*-плоскости имеем

$$\varphi_{1\max} = \frac{\pi}{\lambda}\frac{x_{\max}^2}{R_1} = \frac{\pi}{\lambda R_1}\left(\frac{D_1}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{\lambda R_1}\left(\frac{3}{4}\lambda R_1\right) = \frac{3}{4}\pi,$$

для *E*-плоскости $\varphi_{2\max} = \frac{\pi}{2}$.

Таким образом, в оптимальном рупоре фазовые погрешности по осям *x* и *y* неодинаковы.

Рассмотрим примеры вычисления КНД для некоторых частных случаев. Пусть в раскрыве рупора поле является однородным и синфазным. Тогда

$$|E_{\max}| = \frac{E_0}{\lambda r_0} D_1 D_2; \quad \int\limits_S |E_S|^2 ds = E_0 D_1 D_2,$$

а выражение (7), принимая вид $D_0 = \frac{4\pi S}{\lambda_2}; \quad S = D_1 D_2$, совпадает с формулой для КНД прямоугольной площадки с синфазным однородным полем.

Пусть теперь поле в раскрыве рупора изменяется по косинусу, а фазовые искажения равны нулю. В этом случае, соответствующем бесконечно длинному рупору, можно получить

$$|E_{\max}| = \frac{E_0 S}{\lambda r_0}\frac{2}{\pi}; \quad \int\limits_S |E_S|^2 \frac{ds}{4\pi r_0^2} = \frac{E_0^2 D_1 D_2}{8\pi r_0^2},$$

величина КНД определяется следующей формулой:

$$D_0 = \frac{4\pi S}{\lambda^2}\frac{8}{\pi^2} = \frac{4\pi S}{\lambda} g = \frac{4\pi S_{эф}}{\lambda^2}.$$

Множитель $g = \frac{8}{\pi^2} = 0{,}81$ является коэффициентом использования площади раскрыва.

Для оптимального секториального рупора $g = 0{,}64$, выражение для КНД имеет вид

$$D_0 = \frac{4\pi S}{\lambda^2} 0{,}64.$$

Таким образом, КНД оптимального рупора примерно на 25% меньше, чем соответствующая величина для бесконечно длинного рупора.

Пример 1. Определить КНД и $S_{эф}$ излучателя в виде открытого конца прямоугольного волновода сечением $a \times b$ = 2,3×1 см^2, работающего на волне λ = 3 см. КПД принять равным единице.

Решение.

$$D_0 = \frac{4\pi S}{\lambda^2} 0{,}81 = \frac{4\pi(2{,}3 \cdot 1)}{3^2} 0{,}81 = 2{,}6; \quad \frac{S_{эф}}{\lambda^2} = 0{,}2; \quad S_{эф} = 0{,}18 \text{ см}^2 .$$

Пример 2. Определить ширину ДН излучателя из примера 1 в обеих плоскостях.

Решение. Воспользовавшись формулами (6), найдем

$$2\theta_{0,5}^{H} = 88{,}2^{\circ} \text{ и } 2\theta_{0,5}^{E} = 152{,}3^{\circ} .$$

Пример 3. Найти относительные размеры излучателя из примера 1 (a и b неизвестны), при которых КНД равен 4, а ширина главного лепестка в обеих плоскостях одинакова.

Решение.

$$\begin{cases} D_0 = \dfrac{4\pi S}{\lambda^2} 0{,}81 \\ 1{,}18\dfrac{\lambda}{a} = 0{,}886\dfrac{\lambda}{b} \end{cases} \rightarrow \frac{a}{\lambda} = 0{,}71, \quad \frac{b}{\lambda} = 0{,}54.$$

Пример 4. H-рупор возбуждается стандартным прямоугольным волноводом на волне λ = 10 см (рис.4). Определить оптимальные размеры рупора, при которых его КНД равен 20.

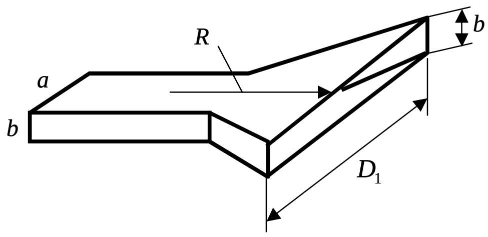


Рис 4. Общий вид H-секториального оптимального рупора

Решение.

$$D_0 = 0{,}64\frac{4\pi S}{\lambda^2}.$$

Поскольку $\lambda_{ср}$ = 10 см и $a < \lambda < 2a$,

$$\lambda_{ср} = 1{,}5a; \quad a = \frac{\lambda_{ср}}{1{,}5} = 6{,}67\,\text{см}; \quad b = \frac{a}{2} = 3{,}33\,\text{см}.$$

Выбираем стандартный волновод $a \times b = 7{,}2 \times 3{,}4$ см^2. Тогда $S = D_1 \times 3{,}4$ см^2. Из формулы для D_0 находим $D_1 \cong 73$ см. По формуле (9) определяем $R_1 = 171{,}5$ см.

Пример 5. Определить оптимальные размеры пирамидального рупора (рис.5), при которых максимальный КНД равен 100 ($\lambda = 10$ см).

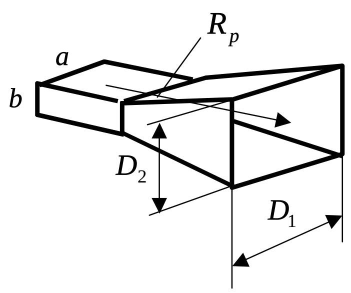


Рис.5. Общий вид пирамидального оптимального рупора

Решение.

$$D_0 = \frac{4\pi D_1 D_2}{\lambda^2}0{,}64,$$

откуда $D_2 = \dfrac{D_0\lambda^2}{4\pi R_1 0{,}64}$.

Допустимое фазовое искажение в E-плоскости равно

$$\varphi_{2\max} = \frac{\pi D_2^2}{4\lambda R_p} = \frac{\pi}{2}.$$

Подставляя в это выражение соотношение для D_2, находим

$$\frac{D_0^2 \lambda^3}{64\pi D_1^2 (0{,}64)^2 R_p} = \frac{\pi}{2} .$$

Допустимое искажение фазы в раскрыве оптимального *H*-рупора составляет

$$\varphi_{1\max} = \frac{\pi D_1^2}{4\lambda R_p} = \frac{3}{4}\pi .$$

Решая совместно два последних уравнения, получаем

$$R_p \cong 50 \text{ см}; \quad D_1 \cong 39 \text{ см} .$$

Затем находим $D_2 \cong 32$ см.

Задание 1. Определить оптимальные размеры *E*-рупора, запитываемого прямоугольным волноводом $7{,}2 \times 3{,}4 \text{ см}^2$, при которых его максимальный КНД равен 20.

Задание 2. Сравнить свойства оптимальных *E*- и *H*-рупоров с одинаковым КНД; оценить их габариты и ДН.

Литература

1. ***Драбкин А.Л., Зузенко В.Л., Кислов А.Г.*** Антенно-фидерные устройства. - М.: Сов. радио, 1974. - С. 266 - 284.